

Subject Code : QDB-37

આંકડાશાસ્ત્ર (મુખ્ય પરીક્ષા) (Gujarati Medium)

સમય : 3 કલાક

કુલ ગુણ : 200

- સૂચના : (1) પ્રશ્નપત્ર A, B અને C વિભાગમાં છે, પ્રત્યેક વિભાગમાં લખવાના પ્રશ્નો તથા તેના ગુણ આપવામાં આવેલ છે.
- (2) પ્રત્યેક વિભાગમાં પ્રશ્નોના જવાબ એક સાથે – સળંગ ક્રમવાર જવાબવહીમાં લખવાના રહેશે. તેમજ એક વિભાગના પ્રશ્નોના જવાબ સાથે બીજા વિભાગના પ્રશ્નોના જવાબ લખવા નહીં. જો આ રીતે એક વિભાગના પ્રશ્નોના જવાબ સાથે બીજા વિભાગના પ્રશ્નોના જવાબ લખેલા હશે તો તે તપાસવામાં આવશે નહીં.
- (3) વિભાગ A, B અને C માં ના પ્રશ્નોના જવાબ નિર્ધારિત શબ્દોમાં લખવા.
- (4) જો અંગ્રેજી ભાષામાં આપવામાં આવેલ પ્રશ્નો અને તેના ગુજરાતી અનુવાદમાં તફાવત જણાય તો, અંગ્રેજી ભાષાનો પ્રશ્ન તે માટે માન્ય ગણવાનો રહેશે.
- (5) ઉત્તર અંગ્રેજી અથવા ગુજરાતી બે પૈકી આપે વિકલ્પ આપેલ એક જ ભાષામાં લખવાના રહેશે. બંને ભાષામાં જવાબો એક સાથે લખી શકાશે નહીં.

વિભાગ-A

- સૂચના : (1) પ્રશ્ન ક્રમાંક : 1 થી 20.
(2) બધા જ 20 પ્રશ્નોના જવાબો લખવાના છે.
(3) દરેક પ્રશ્નના 2 ગુણ છે.
(4) જવાબ આશરે 20 થી 30 શબ્દોમાં લખવા.

- એક સતત યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય (Probability Density Function) $f(x) = 3x^2, 0 \leq x \leq 1$ છે. તો $p(x \leq a) = p(x > a)$ હોય તેમ 'a' શોધો.
- દ્વિપદી યાદચ્છિક ચલ x માટે જો $n = 6$ અને $9p(x = 4) = p(x = 2)$ હોય તો p ની કિંમત શોધો.
- પ્રમાણ્ય વિતરણ (Normal Distribution) ના અગત્યના ગુણધર્મો જણાવો.
- જો $r = 0.8$, $\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = 60$, $\sigma_y = 2.5$ અને $\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 = 90$ હોય તો n ની કિંમત મેળવો.
- પ્રક્રિયા નિયંત્રણને વ્યાખ્યાયિત કરો.
- સરેરાશ નિદર્શ ક્રમાંક (Average sample numbers) નું મહત્ત્વ શું છે ?
- જો x (-1, 1) માં એકધારી રીતે વિતરીત હોય (uniformly distributed) તથા જો $y = x^2$ હોય તો x અને y વચ્ચેનું સહવિચરણ (covariance) શોધો.
- જો માંગ વિધેય $D = \sqrt{\frac{4-p}{5}}$ હોય તો Dની કઈ કિંમત માટે માંગની મૂલ્ય સાપેક્ષતા (elasticity of demand) એકમ હશે ?
- $\Delta^2 \left(\frac{5x+12}{x^2+5x+6} \right)$ નું મૂલ્ય શોધો.

10. સંખ્યાત્મક સંકલન (Numerical Integration) માટે વેડેલનો નિયમ જણાવો.
11. મહત્તમ વિસંભાવના આગણક (MLE) ના વિચરણના ગુણધર્મો જણાવો.
12. અવયવવાળા પ્રયોગોના ફાયદાઓ વર્ણવો.
13. સાઇન પરીક્ષણ અને વિલકોકસ-સાઇન્ડ રેંક પરીક્ષણ વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો.
14. આંશિક સંકીર્ણ અને સંપૂર્ણ સંકીર્ણ (Confounding) વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો.
15. વ્યાખ્યા આપો : ગ્રાહકનું જોખમ (consumer's risk).
16. 0.625 ને તેને સમકક્ષ દ્વિઅંકી (Binary) સંખ્યામાં ફેરવો.
17. પાંચ નિદર્શિત વસ્તુઓના અવલોકનો 3, 4, 4, 8 અને 12 હોય તો નિદર્શ વિચરણ (sample variance) ની કિંમત કેટલી હશે ?
18. એક ઉત્પાદક દવાની શીશીઓ બનાવે છે. તેણે બનાવેલ શીશીઓ પૈકી 0.1% શીશીઓ ક્ષતિમુક્ત જણાય છે. આ શીશીઓ 500 શીશીવાળી પેટીઓમાં પેક કરવામાં આવે છે. એક દવાનો ઉત્પાદક 100 પેટીઓ ખરીદે છે. પોઈસન અંદાજ (Poisson approximation) નો ઉપયોગ કરી શોધો કે કેટલી પેટીઓમાં કોઈ ક્ષતિમુક્ત બોટલ નથી. ($e^{-0.5} = 0.6065$).
19. BIBDના અગત્યના ગુણધર્મો જણાવો.
20. નોન-ઇમ્પેક્ટ પ્રિન્ટર એટલે શું ? નોન-ઇમ્પેક્ટ પ્રિન્ટરનાં પાંચ પ્રકારો જણાવો.

વિભાગ-B

- સૂચના : (1) પ્રશ્ન ક્રમાંક : 21 થી 32.
 (2) બધા જ 12 પ્રશ્નોના જવાબો લખવાના છે.
 (3) દરેક પ્રશ્નના 5 ગુણ છે.
 (4) જવાબ આશરે 50 થી 60 શબ્દોમાં લખવા.
21. સંભાવનાની સ્વયંસિદ્ધ (પૂર્વધારણાયુક્ત) વ્યાખ્યાની આપણને શા માટે જરૂર પડે છે ? તેનો અમલ થતો હોય તેવું એક ઉદાહરણ આપો.
 22. સંયુક્ત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય સાથેના દ્વિપરિમાણવીય સતત યદચ્છ ચલ (x, y) નીચે મુજબ છે :

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{અન્યથા} \end{cases}$$
 - (i) $P(0 < x < \frac{3}{4}, \frac{1}{3} < y < 2)$
 - (ii) $P(x + y < 1)$
 - (iii) $P(x < 1 / y < 2)$ શોધો.

23. ऋष (नकारात्मक) द्विपटी वितरणी व्याख्या आपो. तेना मडत्वना गुणधर्मो जण्णावो तथा तेना वास्तविक परिस्थितिओमांना उदाहरण आपो.
24. $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3} dx$ नी किंमत शोधो तथा ते परथी संख्याकीय संकलननो उपयोग करी $\log_e 2$ नी किंमत मेणवो.
25. अक निदर्श (single sampling) आयोजन समजावो तथा तेनी मर्यादाओ जण्णावो.
26. कोब-उग्लास उत्पादन विधेयना कोर्ण यार गुणधर्मो जण्णावो.
27. सामान्य संकेतमां दर्शावो : $1 - R_{1.23}^2 = (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13.2}^2)$
28. धारो के T_0 अक MVUE छे, तथा T_1 अक अनभिन्नत आगणक (unbiased estimator) छे जेनी कार्यक्षमता e_0 छे. दर्शावो के T_0 अने T_1 नुं कोर्ण अनभिन्नत सुरेख संयय अे MVUE न छोर्ण शके.
29. बे समान विचरण धरावती सामान्य समष्टिना बे निदर्श (samples)नुं कद अनुक्रमे 10 अने 12 छे, तेमना मध्यक अनुक्रमे 12 अने 10 तथा विचरण अनुक्रमे 2 अने 5 छे. बे समष्टि मध्यकोना तझावत माटे 90% सार्थकतानी कक्षा मेणवो. ($t_{0.05, 20} = 2.086$)
30. सिम्पसनना $\frac{1}{3}$ नियमनी मददथी $\log_e 7$ नी किंमत मेणवो तथा तेनी तुलना करो.
31. IF statement अने SWITCH statement वय्येनो तझावत समजावो.
32. मांगनी मूल्य सापेक्षतानी व्याख्या आपो. “सापेक्षता” शब्दनुं अर्थघटन करो.

विभाग-C

- सूचना : (1) प्रश्न क्रमांक : 33 थी 39.
 (2) नीयेना 7 पैकी गमे ते 5 प्रश्नोना जवाबो लखवाना छे.
 (3) दरेक प्रश्नना 20 गुण छे.
 (4) जवाब आशरे 200 शब्दोमां लखवा.
33. जो x अने y अे μ अने v प्रायल धरावता स्वतंत्र गामा यल डोय तो दर्शावो के यल $u = x + y$ अने $z = \frac{x}{x+y}$ अे स्वतंत्र यल छे तथा u अे गामा $(\mu + v)$ यल छे अने z अे $\beta_1(\mu, v)$ यल छे.
34. केन्द्रिय लक्ष प्रमेयनी व्याख्या आपो. साबित करो के CLT अे गुड़ संख्याना नियमनुं सामान्यकरण छे. तेना केटलाक उपयोगो जण्णावो.

35. ‘ખામી’ અને ‘ખામીયુક્ત’ વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો. જેમાં C-chartનો ઉપયોગ થતો હોય તેવી ખામીઓના ઉદાહરણ આપો. C-chartની નિયંત્રિત મર્યાદા કઈ રીતે ગણી શકાય ? આ ગણતરીમાં ધારણાઓ અને અંદાજો (assumptions and approximations) ની ચર્ચા કરો.
36. 2^2 અવયવવાળો પ્રયોગ વ્યાખ્યાયિત કરો. દર્શાવો કે 2^2 અવયવવાળા પ્રયોગ માટે મુખ્ય અસરો અને આંતરસંબંધ અસરો (main effects and interaction effects) પરસ્પર લંબછેદી (orthogonal) હોય છે.
37. વિસંભાવના ગુણક પરીક્ષણ (LRT) ની વ્યાખ્યા આપો. સમવિસારિતા પ્રામાણ્ય વિચરણના મધ્યકોની સરખામણી કરવા માટે LRT મેળવો. LRT ના અનંતસ્પર્શી ગુણધર્મો (asymptotic property) વર્ણવો.
38. સ્તરિત યાદચ્છિક નિદર્શની વ્યાખ્યા આપો. સામાન્ય સંકેતોમાં દર્શાવો કે, નિદર્શ (n) ના નિશ્ચિત કુલ કદ માટે $\text{Var}(\bar{y}_{st})$ લઘુત્તમ હોય છે, જ્યાં (n) $n_i \propto N_i S_i$. તેની મર્યાદાઓ દર્શાવો. $\text{Var}(\bar{y}_{st})$ માટે સૂત્ર મેળવો.
39. કારકો Δ અને E ના ગુણધર્મો જણાવો. સાબિત કરો કે આ કારકો સુરેખ છે. તફાવતના સૂત્રોની આવશ્યકતા શી છે ? ન્યૂટનના તફાવતના સૂત્રો (Newton’s divided difference)ના ચોક્કસ સંદર્ભ તરીકે ન્યૂટનની પ્રગતિ સૂત્રો (Newton’s forward interpolation formula) મેળવો.

Subject Code : QDB-37
STATISTICS (Main Examination)
(English Medium)

Time : 3 Hours

Total Marks : 200

- Instructions :**
- (1) The question paper has been divided into three parts, **A, B** and **C**. The number of questions to be attempted and their marks are indicated in each part.
 - (2) Answers of all the questions of each part should be written continuously in the answer sheet and should not be mixed with other parts' Answer. In the event of answer found, which are belongs to other part, such answers will not be assessed by examiner.
 - (3) The candidate should write the answer within the limit of words prescribed in the parts **A, B** and **C**.
 - (4) If there is any difference in English language question and its Gujarati Translation, then English language question will be considered as valid.
 - (5) Answer should be written in one of the two languages. Write in the language (English or Gujarati) preference given by you. Answer should not be written in both the languages in the same paper.

Part-A

- Instructions :**
- (1) Question No. **1** to **20**.
 - (2) Attempt all **20** questions.
 - (3) Each question carries **2** marks.
 - (4) Answer should be given approximately in **20** to **30** words.

1. A continuous random variable X has a probability density function $f(x) = 3x^2$, $0 \leq x \leq 1$. Find 'a' such that $p(x \leq a) = p(x > a)$.
2. For a binomial random variable x, find the value of p, if $n = 6$ and $9p(x = 4) = p(x = 2)$.
3. Mention some of the important properties of Normal distribution.
4. Given $r = 0.8$, $\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = 60$, $\sigma_y = 2.5$ and $\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 = 90$. Obtain the value of n.
5. Define process control.
6. What is the significance of Average Sample number ?
7. If x is uniformly distributed in $(-1, 1)$ and if $y = x^2$, then what is the covariance between x and y ?
8. If the demand function $D = \sqrt{\frac{4-p}{5}}$, for which value of D, the elasticity of demand will be unitary ?
9. Find the value of $\Delta^2 \left(\frac{5x + 12}{x^2 + 5x + 6} \right)$

10. Write Weddle's formula for numerical integration.
11. State the invariance property of Maximum Likelihood Estimator (MLE).
12. What are the advantages of factorial experiments ?
13. Distinguish between sign test and Wilcoxon's signed rank test.
14. Distinguish between complete confounding and partial confounding.
15. Define consumer's risk.
16. Convert 0.625 to its equivalent binary number.
17. If the observations recorded on five sampled items are 3, 4, 4, 8, 12, what will be the value of sample variance ?
18. A manufacturer who produces medicine bottles, finds that 0.1% of the bottles are defective. The bottles are packed in boxes containing 500 bottles. A drug manufacturer buys 100 boxes from the producer. Using Poisson approximation, find how many boxes will contain no defective bottles. (Given $e^{-0.5} = 0.6065$).
19. State all important properties of BIBD.
20. What are non-impact printers ? Give five categories of non-impact printers.

Part-B

Instructions : (1) Question No. 21 to 32.

(2) Attempt all 12 questions.

(3) Each question carries 5 marks.

(4) Answer should be given approximately in 50 to 60 words.

21. Why do we require axiomatic definition of probability ? Give an example, where this is applicable.
22. For a two dimensional continuous random variate (x, y) with joint probability density function given by

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find (i) $P(0 < x < \frac{3}{4}, \frac{1}{3} < y < 2)$

(ii) $P(x + y < 1)$

(iii) $P(x < 1 / y < 2)$

23. Define Negative binomial distribution. Mention its chief characteristics. Give examples from real life situations where it is applicable.
24. Evaluate $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3} dx$ and hence obtain the value of $\log_e 2$ using formula for numerical integration.
25. Explain single sampling plan. Mention its limitations.
26. Write any four properties of Cobb-Douglas production function.
27. In usual notations, show that $1 - R_{1,23}^2 = (1 - r_{12}^2)(1 - r_{13,2}^2)$
28. Let T_0 be an MVUE, while T_1 is an unbiased estimator with efficiency e_θ , then show that no unbiased linear combination of T_0 and T_1 can be MVUE.
29. Two samples from two normal populations having equal variances of size 10 and 12 have mean 12 and 10 and variances 2 and 5 respectively. Obtain 90% confidence limits for the difference between two population means. (Given $t_{0.05, 20} = 2.086$)
30. Evaluate $\log_e 7$ by Simpson's $\frac{1}{3}$ rule and compare its value.
31. Differentiate between IF statement and SWITCH statement.
32. Define price elasticity of demand. Interpret the term elasticity.

Part-C

Instructions :(1) Question No. 33 to 39.

- (2) Attempt any 5 out of 7 questions.
- (3) Each question carries 20 marks.
- (4) Answer should be given approximately in 200 words.

33. If x and y are independent Gamma variates with parameters μ and ν respectively. Show that the variables $u = x + y$ and $z = \frac{x}{x+y}$ are independent and that u is a Gamma $(\mu + \nu)$ variate and z is $\beta_1(\mu, \nu)$ variates.
34. Define central limit theorem. Prove CLT as a generalization of law of large numbers. Mention some of its applications.

35. Distinguish between 'defect' and 'defectives'. Give some examples of defects, for which C-chart is applicable. How do you calculate control limits for a C-chart ? Discuss the assumption and approximations involved in the calculation.
 36. Define a 2^2 factorial experiment. Show that for 2^2 factorial experiment, the main effects and interaction effects are mutually orthogonal.
 37. Define Likelihood Ratio Test (LRT). Obtain LRT for comparing the means of K homoscedastic normal distributions. Mention the asymptotic property of LRT.
 38. Define stratified random sampling. In usual notations, show that $\text{Var}(\bar{y}_{st})$ is minimum for fixed total size of the sample (n) if $n_i \propto N_i S_i$. Mention its limitations. Obtain the formula for $\text{Var}(\bar{y}_{st})$.
 39. List out the properties of operators Δ and E . Prove an argument that these operators are linear. Why do we need divided differences ? Obtain Newton's forward interpolation formula as a particular case of Newton's divided difference formula.
-